**נושא 4 – מיון**

**מיזוג שני מערכים ממוינים :**

*בהנתן שני מערכים ממוינים בגודל ו- בגודל יש למזג אותם למערך אחד ממוין בשם בגודל .*

***דוגמא:***

*נתון , , נסמן ב- אינדקס שעובר על וב- את האינדקס שעובר על , וב- את האינדקס שעובר על .*

*נאתחל .*

1. *משווים בין שני איברים ראשונים של המערכים: , ו- וכן מקדמים את האינדקסים: , ועכשיו מצביע על , ממשיך להצביע על 2.*
2. *ממשיכים את ההשוואה:*

*, לכן מקדמים את: , .*

*וחוזרים לשלב 2 כל עוד . כאשר אחד מהתנאים לא מתקיים, בדוגמא שלנו , סיימנו להשתמש באיברי ומעבירים את כל איברי שלי ל-.*

***הפלט:*** *.*

***האלגוריתם****:*

**מיון מיזוג :**

*חילוק של המערך לשני חלקים, ואת שני החלקים לחלק לעוד שני חלקים כל אחד, ככה עד שמגיעים לאיברים בודדים, ולאחר מכן לחבר כל צמד איברים ולמיין אותם תוך כדי, ואת כל האיברים המפורקים להרכיב עם מיון שני מערכים ממויינים (בתור פונקציה עזר) עד שמגיעים למערך אחד ממוין.*

*בכל קריאה לפונקציה מחלקים את המערך לשניים, לכן עלינו לחשב כמה פעמים יש לחלק מספר איברים ב-2 עד שנגיע ל-1.*

*במילים אחרות, כמה פעמים נצטרך להכפיל את 2 בעצמו (חזקה) על מנת להגיע ל-.*

*לאחר כל החלוקות קוראים לפונקציה , הסיבוכיות שלה היא , משום שהיא עוברת באופן סדרתי על שני חלקי המערך ומשווה איבר לאיבר.*

*בנוסף לזה הפונקציה עוברת עוד 3 פעמים על המערך:*

***האלגוריתם****:*

*חישוב רקורסיבי של סיבוכיות זמן ריצת האלגוריתם של מיון מיזוג:*

*נסמן ב- זמן ריצה של מיון מיזוג של מערך בעל n איברים.*

*ניתן לכתוב נוסחה רקורסיבית:*

*מכאן נובע ש:*

*ובצורה כללית:*

**מיון מהיר:**

מיון מהיר הוא מיון רקורסיבי אשר מחלק את המערך לשתי קבוצות, לאו דווקא שוות, שוב הוא מחלק כל קבוצה לשתיים וכן הלאה באופן רקורסיבי עד תנאי עצירה – לקבוצות בנות איבר אחד.

החלוקה לשתי קבוצות מתבצעת על-ידי קריאה לפונקציה , הבוחרת אינדקס המשמש ציר כלשהו (הציר לא חייב להיות באמצע), סביב ציר זה הפונקציה מסדרת את האיברים, כך שכל האיברים הגדולים מהציר – יהיו באינדקסים שמימינו, וכל הקטנים ממנו יהיו לשמאלו, יש לשים לב שהאיברים בינם לבין עצמם אינם מסודרים, אולם ה- שנבחר נמצא בדיוק במקומו (אילו המערך היה ממוין).

מכיוון שהפונקציה מסדרת בכל קריאה איבר אחד בתת-קבוצה, הפונקציה הראשית נקראת באופן רקורסיבי עד שמגיעים לקבוצות בנות איבר אחד, הרי שלאחר כל הקריאות – כל איבר יהיה בדיוק במקומו והמערך יהיה ממוין.

נשתמש באלגוריתם שבוחר את ה- כאיבר הראשון בתת-מערך:

דוגמא לביצוע של במערך הבא - , כאן ה- הוא 0 ומצביע על האיבר הראשון, הוא מצביע על האיבר הבא אחרי ה-, , מצביע על האיבר האחרון.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

גדל כל עוד הוא לא מגיע לאיבר הגדול מ-10 (),

קטן כל עוד הוא לא מגיע לאיבר הקטן מ-10:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

בשלב זה עושה החלפה בין שני האיברים ( לא זז) והמצביעים ממשיכים לנוע:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

התהליך מתמשך כל עוד גדול או שווה ל-:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

ברגע זה מחליפים בין לבין , והאיבר שנמצא במקום ה- הולך להיות במקום הנכון שלו במערך ממוין: כל האיברים הגדולים ממנו נמצאים בצד ימין שלו, כל האיברים הקטנים ממנו נמצאים בצד שמאל:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

בחלק השמאלי ה- הוא 2, בחלק הימיני ה- הוא 67 והתהליך מתמשך בצורה רקורסית בכל חלק וחלק.

**דוגמא:**

***אלגוריתם:***

***סיבוכיות:***

*בכל קריאה לונקציה אנו מחליקם את המערך ל-2, ולכן עלינו לחשב כמה פעמים יש לחק מספר ב-2 עד שנגיע ל-1, או במילים אחרות לחשב כמה פעמים 2 מוכפל בעצמו (חזקה) על מנת להגיע ל- שהוא גודל המערך:*

*החישוב נכון רק כשאר בכל חלוקה מחלקים את המערך לחלקים בערך שווים.*

*אם מחליקם אותו לשליש ושני שליש, או בכל חלוקה אחרת, מובן שהיעילות תרד.*

*אי אפשר לדעת מראש כיצד תתבצע החלוקה, מכיוון שהיא נקבת על-פי ערכו של האיבר הראשון.*

***סיבוכיות של המקרה הגרוע :***

*למרבה הפלא, דווקא מיון של מערך ממוין יהיה המקרה הגרוע ביותר,*

*כי בכל פעם שנחלק את המערך יהיה האיבר הראשון ובחלקו ובחלקו השני יהיו שני איברים.*

*כך יהיו לנו חלוקות, למשל:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

*כן מספר הקריאות ל- יהיה במקרה הטוב ובמקרה הגרוע .*

*עבור כל חלוקה אנחנו קוראים לפונצקיה , שהסיבוכיות שלה היא , משום שהיא עוברת באופ סידרתי על שני חלקי המערך ומשווה איבר אחד למשנהו, אמנם בכל קריאה לפונקציה היא עוברת על איבר אחד פחות, אולם הסיבוכיות נמדדת לפי סדר הגדול ולכן הסיבוכיות של הפונקציה היא במקרה הטוב: , ובמקרה הגרוע .*

*חישוב סיבוכיות בצורה רקורסיבית במקרה הגרוע:*

*נסמן ב- זמן ריצה של מיון מהיר של מערך בעל איברים.*

*ניתן לכתוב נוסחה רקורסיבית:*

*כמו בתור טלסקופי נחבר את כל המשוואות הכל מצטמצם חוץ מהאיבר הראשון והאחרון:*